

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Министерство образования Самарской области

Автономная некоммерческая образовательная организация средняя

общеобразовательная школа «Сота»

АНОО СОШ "СОТА"

РАССМОТРЕНА

на заседании
кафедры начальной
школы

Шуваева О.А.

Протокол №1
от «21» августа 2026 г.

ПРИНЯТО

на заседании
педагогического
совета

Протокол №1

от «21» августа 2026
г.

УТВЕРЖДЕНА

Директор АНОО СОШ
“Сота” _____ Гендель
И.А.

Приказ № 42-ОД
от «21» августа 2026 г.



O="АНОО СОШ ""
СОТА""", CN="Гендель Ирина
Абрамовна, директор",
E=sota_school@mail.ru
0x 00 FE BB 13 5A 73
87 C4 F5
2026.08.24
15:43:19
+04'00'

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА курса внеурочной деятельности “ Математический театр” для обучающихся 2-4 классов

г.Тольятти, 2026

Пояснительная записка

Математические олимпиады в настоящее время принято считать элитным направлением: в них вовлечено ограниченное число школьников, чаще всего из математических классов или профильных образовательных организаций. При этом мощный ресурс олимпиадной математики как эффективного инструмента интеллектуального и личностного развития детей в массовой школе используется недостаточно.

Олимпиадные задачи — это, как правило, нестандартные задачи, поэтому для их решения недостаточно просто применить приобретенные на уроках знания и умения. Решение любой олимпиадной задачи — это всегда пусть маленькое, но открытие, демонстрирующее красоту математической мысли и позволяющее пережить радость творчества и удовольствие от интеллектуальной деятельности. Решение олимпиадных задач развивает у каждого ребенка глубину и гибкость мышления, воображение, самостоятельность и трудолюбие, творческие способности, повышает интерес к математике и уровень математической подготовки. Поэтому вовлечение в олимпиадную математику важно для всех учеников: математически одаренные дети в творческой среде смогут полнее реализовать свой потенциал и вырастить свой математический талант, сохраняя физическое и психическое здоровье, а все остальные — развить свои математические способности и успешнее учиться, что пригодится в любом деле.

Целью курса «Математический театр» является системная подготовка учащихся 2–4 классов к математическим олимпиадам по технологии ТДМ, ориентированная на вовлечение школьников в математическую деятельность, развитие мотивации, мышления, творческих способностей и за счет этого — достижение более высокого уровня их олимпиадной и общей математической подготовки.

Курс «Математический театр» является курсом внеурочной деятельности, в ходе его изучения учащиеся проходят 3 этапа.

Программа I этапа (подготовительного) предназначена для учащихся 2 классов и рассчитана на 34 ч (2 класс — 34 ч).

Программа II этапа (ознакомительного) предназначена для учащихся 3–4 классов и рассчитана на 68 ч (по 1 ч в неделю в 3, 4 классах).

Структура и содержание курса

Содержание курса «Математический театр» структурировано в 21 тематическую линию. Эти линии непрерывно развиваются с 2 по 4 класс, достаточно полно представляют традиции олимпиадной подготовки и углубляют знания школьной программы по математике. Выбор содержания осуществляется с опорой на золотой фонд олимпиадной литературы, проверенные временем методы и приемы решения олимпиадных задач.

Содержание курса на каждом этапе обучения учитывает возрастные особенности развития детей.

I этап — мотивационный (подготовительный) (2 классы)

Основной задачей данного этапа является формирование мотивации к решению нестандартных математических задач на основе механизма «надо» — «хочу» — «могу».

Содержание подготовительного этапа («Задача дня»)

Содержание проекта «Задача дня» структурировано в 21 тематическую линию, которые преемственно развиваются с 2 по 4 класс.

I. Арифметика

1. Суммы

Числовой луч как инструмент при решении арифметических задач. Обратные действия. Приемы восстановления пропущенных чисел и знаков действий (+, −) в примерах.

Приемы упрощения устного счета (сложение, вычитание): с помощью арифметических законов, дополнения до круглого числа. Свойство изменения последней цифры числа при сложении, вычитании.

2. Числа и их свойства

Равенства со спичками (сложение, вычитание). Приемы решения задач на правильную расстановку скобок и знаков, восстановление знаков действий. Перебор вариантов в задачах на расстановку знаков и скобок.

3. Закономерности

Числовые закономерности на сложение, вычитание, умножение, деление. Выявление и построение простейших закономерностей. Восстановление пропущенных элементов последовательностей.

1. Время и движение

Величины и их измерение. Единицы измерения длины, массы, объема (вместимости), времени, площади. Схемы в задачах о величинах. Преобразование единиц измерения величин.

I. Геометрия

1. Геометрическое мышление

Геометрические фигуры и их свойства. Плоские и пространственные фигуры. Составление плоских фигур из частей. Разрезания плоских фигур на две и более части. Танграм. Математика и красота в окружающем мире. Узоры и перенос фигур. Красота и симметрия.

2. Площади

Предварительный подсчет количества клеток в частях, на которые нужно разрезать фигуру. Разрезания на части с ограничениями.

3. Геометрические неравенства

Составление фигур из палочек. Вычисление длин ломаных на клетчатой сетке. Сравнение длин пути по прямой и по ломаной линии.

II. Алгебра

1. От чисел к буквам

Составление числовых и буквенных выражений по рисункам. Буквенные равенства и неравенства. Буквенная запись свойств чисел и фигур. Простые уравнения и их образная интерпретация с помощью весов и геометрических фигур. Идея единичного отрезка (части). Чертежи (схемы) с относительными размерами отрезков. Простые уравнения на умножение и деление и их образная интерпретация с помощью прямоугольника.

2. Функциональные зависимости

Свойства предметов (цвет, форма, размер). Таблицы. Наблюдение зависимостей между величинами, компонентами арифметических действий. Задание зависимостей между величинами с помощью буквенных равенств (формул) и таблиц.

Числовой отрезок и числовой луч.

3. Неравенства и оценки

Сравнение групп предметов. Сравнение чисел и выражений. Отношения и знаки «равно», «не равно», «больше», «меньше». Разностное и кратное сравнение. Логические задачи на части и целое.

I. Теория чисел

1. Делимость

Отношения «делится», «не делится». Делители и кратное. Четные и нечетные числа. Свойство чередования четных и нечетных чисел на числовом луче.

2. Остатки

Деление с остатком. Поиск закономерностей на числовом луче. Свойство последней цифры при сложении, вычитании. Закономерности в таблице умножения.

II. Логика

1. Математическая логика

Верно и неверно.

Логические задачи-шутки (задачи на устранение мнимых логических противоречий, внимательность). Табличная запись шагов рассуждения в логических задачах. Метод исключения. Анализ высказываний с отрицанием.

2. Принципы решения задач

Рассуждение. Алгоритм решения задачи.

Расположение объектов в порядке возрастания (убывания). Опыт перебора вариантов.

3. Алгоритмы и конструкции

Представление об алгоритме. Порядок действий. Составление алгоритмов решения в арифметических и простых логических задачах.

4. Игры и стратегии

Игры-соревнования как инструмент формирования представлений о стратегии.

III. Комбинаторика и теория множеств

1. Комбинаторика

Перестановки. Перебор всех вариантов перестановки двух и трёх объектов. Перестановки с ограничениями. Подсчет количества вариантов перестановки. Связь между количеством перестановок двух и трех объектов. Дерево возможностей как способ систематического перебора вариантов.

2. Теория множеств

Разбиение предметов на части по свойствам («мешки»). Элементы группы. Задание группы предметов с помощью перечисления элементов. Выделение части группы. Сложение и вычитание групп предметов. Изображение групп с помощью овалов. Сравнение групп предметов по количеству.

I. Комбинаторная геометрия

1. Раскраски и разбиения

Раскраска и составление фигур по заданным условиям.

2. Теория графов

Изображение знакомств в группе людей в виде графа.

3. Комбинаторная геометрия

Представление о равных фигурах. Задачи на поиск равных фигур на клетчатой бумаге. Ломаная линия, многоугольник. Связь между количеством сторон и вершин многоугольника. Составление фигур из палочек, перекладывание палочек.

Форма проведения занятий подготовительного этапа

Учащимся систематически (2–4 раза в неделю) предлагается решить «задачу дня» — нестандартную задачу по математике. Это может быть задача со звездочкой из учебников и пособий по математике для 2 класса курса «Учусь учиться» (Л. Г. Петерсон), а также задача, выбранная из различных источников — сборников задач для кружковой работы, заданий математических олимпиад разного уровня, пособий для внеклассной работы и т. д. Задача подбирается с учетом уровня математической подготовки учащихся с опорой на структуру содержания курса «Олимпиадной математики».

Требования к «задаче дня» следующие:

- задача должна содержать новизну — какой-то новый для детей элемент, который ранее не входил в систему обязательного тренинга на уроках математики;
- задача должна быть в зоне ближайшего развития большинства детей класса (дети должны быть способны решить ее сами — либо при определенном самостоятельном волевом усилии, либо с помощью подводящего диалога взрослого);
- задача должна быть красивой, не громоздкой;
- задача должна нравиться учителю (дети это тонко чувствуют) и быть интересной для детей.

В ходе решения «задачи дня» учитель, в зависимости от ситуации в классе и уровня подготовки детей, вводит в речевую практику роли «мыслителей» и коммуникативные роли «автора» и «понимающего».

II этап - ознакомительный «Математический театр»

Главная цель этого этапа- использование алгоритмов в решении олимпиадных задач

Содержание ознакомительного этапа («Математический театр»)

Содержание курса «Математический театр» также структурировано в 21 тематическую линию, которые преемственно продолжают содержание подготовительного этапа курса

I. Арифметика

1. Суммы

Приёмы упрощения устного счета (сложение, вычитание): разбиение на пары. Метод дополнения до целого в клетчатых задачах. Использование связи между числовыми и геометрическими задачами для упрощения счёта.

Приёмы решения задач о разделении чисел на группы с равной суммой. Составление магических квадратов. Изменение суммы при изменении каждого слагаемого на некоторое число. Метод подсчёта двумя способами на примере чисел с известными попарными суммами.

Приём разбиения на пары для подсчета сумм чисел, идущих через равные промежутки. Определение четности количества чисел в ряду. Формула суммы чисел от 1 до n . Разбиение на пары групп чисел с равной суммой.

Метод подсчёта двумя способами в арифметических задачах. Использование подсчета двумя способами в доказательствах «от противного», при решении задач с арифметическими таблицами, геометрических задач. Введение переменной для дальнейшего двойного подсчёта.

Среднее арифметическое, его свойства (изменение при увеличении всех чисел набора на некоторое число и в некоторое число раз; оценка среднего арифметического сверху и снизу наибольшим и наименьшим числами набора; неизменность среднего арифметического при добавлении числа, равного среднему арифметическому чисел набора).

2. Числа и их свойства

Способы решения числовых и буквенных ребусов. Организация перебора с учетом принципа узких мест. Приемы решения задач на восстановление знаков действий, расстановку скобок, нахождение чисел с указанными свойствами.

Понятие решения буквенного ребуса. Метод перебора для поиска всех решений ребуса. Ограничение полного перебора с учетом принципа узких мест, свойств четности. Доказательство отсутствия решения у ребуса с помощью метода перебора, числовых оценок.

Конструкции с обыкновенными и десятичными дробями. Представление чисел в виде обыкновенных дробей с числителем 1 и разными знаменателями. Применение арифметических свойств дробей, правила сокращения дробей. Уменьшение чисел на

интервале $(0; 1)$ при возведении в степень. Приёмы решения задач на равномерное распределение частей между несколькими людьми.

Использование отрицательных чисел в конструкциях как метод устранения мнимых противоречий. Зависимость знака произведения от знаков множителей. Приёмы решения задач на оценку и пример, связанные с отрицательными числами. Использование отрицательных чисел в задачах с числовыми оценками.

3. Закономерности

Поиск циклов в арифметических задачах. Анализ задач с повторяющимися числами, вычисление длины цикла. Определение и использование порядкового номера внутри цикла в задачах с «большими» числами.

Эффект «плюс-минус один». Использование схемы для его преодоления. Вывод формулы для определения количества натуральных чисел в промежутке с помощью интерпретации на числовой оси. Метода масштабирования для проверки формул. Использование эффекта «плюс-минус один» для устранения противоречий при решении задач.

Конструкции с предварительным анализом. Конструирование путем разбиения на аналогичные подзадачи в задачах на разрезание, составление числовых конструкций. Последовательное конструирование (конструирование путем рассмотрения более простых задач и дальнейшего обобщения на исходную задачу). Бесконечные процессы. Понятие базовой конструкции, шага. Прием разбиения процесса на последовательность этапов, на каждом из которых изменяются свойства только одного элемента.

2. Время и движение

Приёмы решения арифметических задач о промежутках времени. Учет разницы часовых поясов. Идея о задачах на движение по реке на примере задач про отстающие и спешащие часы. Конструкции в задачах про время. Задачи на относительное движение (движение навстречу, в противоположных направлениях, вдогонку, с отставанием) с неполными данными. Разбор случаев в задачах на движение. Использование нестандартных чертежей при решении задач на движение. Изображение скоростей движения в частях (единичных отрезках). Масштабирование скорости. Использование более крупных единиц времени для уравнивания расстояний. Недельная и годовая цикличность. День недели как остаток от деления на 7. Способы построения конструкций и доказательства невозможности построения конструкций в задачах про календарь.

Движение по кругу. Изображение скоростей движения в условных единицах (дугах). Движение стрелок часов, исследование количества их пересечений. Понятие градусной меры дуги на примере углов между часовой, минутной, секундной стрелками.

II Геометрия

1. Геометрическое мышление

Повороты клетчатой фигуры на прямой угол, связь с симметрией. Понятие о зеркальных (но несимметричных) фигурах. Использование симметрии и поворотов фигур при решении задач на разрезание. Метод «пропеллера» для построения примеров.

Задачи на разрезание пространственных фигур. Вычисление объемов фигур, составленных из кубиков. Изменение объема фигуры, составленной из кубиков, при увеличении каждого измерения в 2 раза. Составление фигур из объёмных частей.

Понятие развертки. Нахождение различных разверток куба. Способы изображения «склеивающихся» граней при изображении развертки куба. Изображение фигур, состоящих из кубиков. Три вида объемной фигуры. Восстановление объемной фигуры по трем ее видам.

Изображение многогранников по заданному количеству вершин, ребер и граней (тетраэдр, пирамида, октаэдр, усечённая пирамида). Развертки многогранников. Оклеивание объёмных фигур. Пути на поверхности объёмных фигур.

2. Площади

Разрезание фигур на равные части по линиям сетки и составление фигур из частей. Приемы поиска разных способов разрезания. Метод перебора, использование симметрии при поиске как можно большего количества различных разрезов одной и той же фигуры на равные части. Фигуры тетрамино, их нахождение с помощью метода перебора. Использование множества делителей числа для вычисления возможного количества частей, на которые можно разрезать фигуру.

Разрезания по линиям сетки и диагоналям клеток. Свойство аддитивности площади. Метод разбиения на элементарные части (прямоугольники, прямоугольные треугольники) и метод дополнения для вычисления площадей фигур, границы которых идут не по линиям сетки. Использование площадей фигур для определения форм частей в случае разрезания клетчатых фигур не по линиям сетки (диагоналям клеток). Пентамино. Получение фигур пентамино из тетрамино с помощью геометрического метода перебора. Использование симметрии при решении задач на разрезание.

Введение дополнительной сетки (укрупнение или уменьшение клеток, наклонная сетка). Первичные представления о движениях плоскости (параллельный перенос, поворот). Перпендикулярность на клетчатой бумаге. Приемы решения задач на перекраивание фигур («разрежь и составь»). Равносоставленные фигуры. Разрезание не клетчатых фигур. Введение вспомогательной сетки. Разрезание фигур на подобные. Использование вспомогательной раскраски при решении задач на разрезание. Задачи на разрезание с оценкой и примером.

2. Геометрические неравенства

Конструкции с отрезками и ломаными. Вычисление периметров фигур. Связь между длинами отрезков на прямой.

Приближенное вычисление длин ломаных и кривых с помощью нити. Подсчет количества кратчайших путей в графе. Задача о нахождении диагонали кирпича. Кратчайшие пути по граням куба, параллелепипеда.

Варианты расположения точек на прямой. Координата середины отрезка числовой прямой. Расстояние между серединами отрезков. Неравенство треугольника. Доказательство неравенства треугольника с использованием построений. Оценка суммы длин диагоналей четырехугольника через его периметр.

II. Алгебра

1. От чисел к буквам

Метод уравнивания при решении задач с опорой на вспомогательные схемы. Метод «анализ с конца». Приём «учти лишнее». Метод подсчёта двумя способами. Связь с теорией множеств.

Выбор удобной переменной в текстовых задачах. Сравнение метода введения переменных с методом доказательства единственности решения задачи с помощью числовых оценок. Десятичная запись (представление натурального числа в виде $a + 10b + 100c + \dots$). Признаки делимости, связанные с десятичной записью числа. Использование десятичной записи при решении буквенных ребусов и для доказательств «от противного». Сведение задачи к простейшим уравнениям в цифрах с дальнейшим перебором вариантов, использованием свойств делимости.

1. Функциональные зависимости

Использование формул при решении нестандартных текстовых задач. Формулы площади прямоугольника, объёма и площади поверхности куба, прямоугольного параллелепипеда.

Доказательство формул перевода единиц измерения площади, объема. Нестандартные единицы измерения.

Понятие взаимно однозначного соответствия между множествами. Разбиение объектов на пары как пример взаимно однозначного соответствия. Использование взаимно однозначного соответствия для сравнения мощностей множеств. Примеры соответствий, не являющихся взаимно однозначными. Взаимно однозначное соответствие в простых комбинаторных задачах. Прямая и обратная пропорциональность. Использование пропорций при решении нестандартных текстовых задач. Свойство суммы и среднего арифметического пропорционально изменяемых чисел.

2. Неравенства и оценки

Сравнение многозначных чисел. Нахождение наибольшего или наименьшего многозначного числа с определенными свойствами. Использование правил сравнения чисел для доказательства минимальности и максимальности.

Метод перебора в арифметических задачах. Перебор по количеству объектов одного из двух типов. Задачи про «ноги и головы». Оценки, основанные на изменении количества объектов одного типа на единицу. Четность как инструмент упрощения перебора и доказательства невозможности.

Оценки величины «сверху» и «снизу». Ограничение перебора с помощью оценок. Двусторонние оценки как метод доказательства единственности ответа. Простейшие действия с неравенствами. Оценки, связанные с делимостью. Решение двойных неравенств с натуральными числами.

Транзитивность неравенств. Использование промежуточного числа (посредника) для доказательства числовых неравенств. Использование нескольких посредников. Уменьшение чисел на интервале $(0; 1)$ при возведении в степень. III. Теория чисел

1. Делимость

Вывод признака делимости на 2 с помощью числового луча и зацикливания последней цифры. Изменение последней цифры числа при сложении, вычитании, умножении. Доказательство четности и нечетности суммы и разности двух чисел.

Четность или нечетность суммы нескольких чисел. Доказательство с помощью разбиения на пары. Использование соображений четности при решении задач на доказательство для упрощения перебора вариантов. Делимость и ее свойства. Доказательство признаков делимости на 2, 4, 8, 5, 25, 10, 3, 9, их обобщение. Отсутствие обобщения признака делимости на 9 на признак делимости на 27. Разложение натурального числа на простые множители. НОД и НОК. Простые числа. Делимость как инвариант. Другие признаки делимости, связанные с десятичной записью числа (на 7, 11, 13 и др.). Задачи на оценку и пример, связанные с признаками делимости: на нахождение минимального числа с указанными свойствами делимости, числа с наименьшей суммой цифр. Каноническое разложение натурального числа. Степень вхождения простого делителя. Четность степеней вхождения простых множителей в каноническое разложение точного квадрата.

2. Остатки

Признак делимости на 10. Последняя цифра как остаток от деления на 10. Правила изменения последней цифры при арифметических операциях (сложение, вычитание, умножение).

Повторяемость на числовом луче чисел, делящихся на n . Повторяемость чисел, дающих определенный остаток при делении на n . Способ определения остатка числа, связанный с соответствующим признаком делимости. Делимость на n разности числа и его остатка от деления на n . Сумма цифр. Делимость разности числа и его суммы цифр на 3 и 9. Раскладывание числа на разное количество частей с данным остатком.

Остатки от деления целых чисел на натуральные. Общий вид числа с определенным остатком при делении на число. Арифметические свойства остатков. Задачи на остатки с доказательством по принципу Дирихле. Зацикливание остатков степеней.

III Логика

1. Математическая логика

Понятие об истинном и ложном высказывании. Составление высказываний и вопросов с определенными свойствами. Перебор двух вариантов в логических задачах.

Рыцари и лжецы. Отрицания элементарных высказываний. Перебор вариантов по роли (рыцарь/лжец). Представление перебора в виде таблицы, дерева вариантов. Высказывания о логическом следовании.

Логические задачи с неединственным ответом. Перебор, использующий высказывания о существовании и всеобщности. Отрицание высказываний о существовании и всеобщности. Отрицание высказываний с «больше», «меньше», «больше или равно», «меньше или равно».

Метод «от противного». Логические таблицы. Отрицание высказываний с «и», «или», более сложных высказываний. Логические задачи на оценку и пример. Доказательства, использующие чередование объектов. Расположение объектов по кругу.

2. Принципы решения задач

Представление условия задачи в виде нестандартного чертежа. Геометрические интерпретации логических и арифметических задач. Малые случаи. Разделение задачи на эквивалентные подзадачи. Составление блоков из элементов разбиения. Задачи с повторяющимися объектами. Метод проверки ответа (закономерности) на малых случаях.

Анализ задачи с конца (обратный ход) в арифметических и логических задачах. Сравнение с методом введения переменной. Табличное представление анализа с конца. Рассмотрение последнего шага процесса, его использование для доказательств в логических задачах. Задачи с вопросом «сколько нужно взять?». Использование отрицаний элементарных высказываний при решении задач.

Формальное введение принципа Дирихле. Связь с доказательством «от противного». Обобщения принципа Дирихле. Принцип Дирихле в геометрических задачах. Остатки и принцип Дирихле.

3. Алгоритмы и конструкции

Переливания (задачи на отмеривание определенного количества жидкости с помощью двух или более емкостей и источника воды). Табличная форма записи шагов алгоритма. Укрупнение шагов алгоритма при наличии повторяющихся групп действий (идея алгоритмических циклов).

Перебравы. Организация перебора в задачах на перебравы, удобная форма записи решения. Идея промежуточных обратных действий для работы алгоритма (перевоз объекта обратно). Составление алгоритмов угадывания с помощью вопросов, на которые можно ответить только «да» или «нет». Доказательство несостоятельности алгоритма, позволяющего при одинаковых начальных данных получить различные ответы.

Взвешивания. Составление алгоритмов определения фальшивых монет с помощью взвешиваний. Прямая и косвенная информация. Понятие о количестве информации. Доказательство невозможности построения алгоритма при недостаточном количестве взвешиваний. Задачи на испытания с другими сюжетами.

4. Игры и стратегии

Понятие математической игры для двух игроков на примере игр с шахматными фигурами на досках. Игры-шутки, в которых победитель зависит только от количества раундов. Формирование представления о выигрышных позициях.

Понятие выигрышной стратегии. Математические игры с полной информацией. Использование дерева перебора для доказательства верного выбора стратегии.

Симметричная стратегия в играх. Доказательство симметричной стратегии. Симметричная стратегия с «центром». Примеры неверного использования симметричной стратегии.

Выигрышные позиции как метод конструирования стратегии. Игры на опережение. Игры, в которых один игрок может гарантировать себе «ничью».

III. Комбинаторика и теория множеств

1. Комбинаторика

Использование схем (графов) для удобства подсчета количества связей (дорог, рукопожатий). Доказательства невозможности построения графа с определенным количеством связей. Подсчет общего количества игр в однокруговом турнире. Связь между прямым подсчетом числа связей по схеме и двойным подсчетом через суммарное количество выходящих «связей».

Дерево вариантов для решения комбинаторных задач. Переход от дерева вариантов к правилу произведения (правилу «И»). Подсчет количества чисел с определенными свойствами. Правило суммы (правило «ИЛИ») и правило произведения (правило «И»), определение ситуаций для использования каждого правила. Задачи, требующие использования комбинации этих правил.

Перестановки без повторений и с повторениями на примере анаграмм слова. Вывод формулы для числа перестановок из правила произведения. Факториал и его свойства. Перестановки с повторениями. Вывод формулы.

2. Теория множеств

Диаграмма Эйлера — Венна для двух, трех и более множеств. Пересечение и объединение множеств, различные методы подсчета количества элементов в пересечении и объединении на готовых диаграммах.

Введение вспомогательной диаграммы для решения задачи. Работа с множествами с неизвестным количеством элементов. Логические задачи на множества, связанные с долями и дробями.

Метод дополнения в задачах. Использование кругов Эйлера и метода дополнения в комбинаторных задачах, в том числе для вычисления количества чисел в диапазоне, делящихся или не делящихся на какие-то числа.

Метод введения переменной при решении задач про множества.

IV. Комбинаторная геометрия

1. Раскраски и разбиения

Раскраски досок. Конструирование примера раскраски доски с указанными свойствами. Задачи-соревнования на раскраску досок в наибольшее и наименьшее количество цветов.

«Правильная» раскраска. Раскраска географической карты как пример «правильной» раскраски. Чередование объектов как частный случай «шахматной» раскраски. Чередование объектов в ряду, по кругу. Относительное количество чередующихся объектов. Четность суммы чисел в промежутке. Связь чередования и разбиения на пары. Разрезания шахматной доски. Идея использования заданной шахматной раскраски в доказательствах.

Шахматная раскраска досок, ее использование для оценок и доказательств. Обобщение шахматной раскраски на другие объекты. Шахматная раскраска ребер и граней куба. Принцип Дирихле в задачах с раскраской. Использование раскраски для нахождения и доказательства единственности примера.

Виды раскрасок клетчатых досок в два и более цвета. Раскраска полосами, диагональная раскраска в несколько цветов, «крупная» шахматная раскраска. Доказательство невозможности разрезания на основе раскраски.

2. Теория графов

Изображение графов. Граф как способ удобного представления связей между объектами. Изоморфизм графов. Различные способы изображения связей. Неориентированные и ориентированные связи.

Исследование возможности нарисовать фигуру одним росчерком. Теорема Эйлера как формальный способ проверить, можно ли нарисовать фигуру одним росчерком. Нечетность степеней вершин как способ выявления концов пути.

Полный граф. Количество ребер в полном графе. Графы шахматных фигур и количество ребер в них. Двудольный граф как модель связей между объектами двух типов. Представление турнира в виде графа.

Формальное определение графа. Вершины, ребра, степени вершин. Лемма о рукопожатиях как способ подсчета количества ребер в графе через сумму степеней вершин. Свойство четности количества вершин нечетной степени в графе. Лемма о хороводах.

3. Комбинаторная геометрия

Взаимное расположение точек и отрезков на плоскости. Точки и отрезки, лежащие на одной прямой. Идея об увеличении количества частей при разрезании невыпуклых фигур.

Разрезание фигур на части с определенным числом сторон. Разрезание на части, не образующие прямоугольники. Задачи на объединение фигур.

Покрывание плоскости одинаковыми фигурами (паркеты). Понятие о многоугольнике. Паркеты в форме правильных многоугольников (треугольники, квадраты, шестиугольники). Замоещение клетчатыми фигурами. Замоещение многоугольниками неправильной формы. Замоещение невыпуклыми многоугольниками. Задачи о наиболее плотной укладке. Невыпуклые фигуры как средство преодоления мнимых противоречий. Задачи о пересечении фигур.

Форма проведения занятий ознакомительного этапа.

Занятия проводятся по технологии ТДМ. Данная технология помогает детям освоить рефлексивный метод преодоления трудностей и стратегии решения нестандартных математических задач, включает творческий эмоциональный компонент через ролевую игру, перевоплощение, командную работу, соревновательность, переживание радости побед.

Каждое отдельное занятие в этой технологии — это постановка **нового спектакля**, у которого есть свое название (тема занятия), сценаристы (учитель и авторский коллектив проекта), сценарий (задачи, которые предстоит решить), режиссер (учитель). Ученики выступают во всех ролях — они и актеры, и зрители, но при этом сценаристы и режиссеры своих выступлений, в ходе которых они представляют построенные ими решения задач.

«Математический театр» — это своеобразный **спектакль-форум**, элементами которого являются мини-спектакли детей.

ЭТАП 1. «Математическое фойе» Обычно в театральном фойе зрители погружаются в атмосферу театра и внутренне готовятся к спектаклю. В Математическом фойе также идет подготовительная работа. При этом учащиеся проходят этапы 1–5 ТДМ. Занятие начинается с мотивации к учебной деятельности

на основе механизма «надо» — «хочу» — «могу». Чтобы заинтересовать учеников, учитель в течение 1–3 минут погружает их в тему занятия с помощью некоторой жизненной ситуации, побуждающей повторить ранее изученный материал, который подготовит их к освоению/открытию нового знания. Затем учащиеся знакомятся с новыми приемами и способами решения олимпиадных задач.

Учитель предлагает ключевую задачу — это новая для школьников задача по теме занятия, которая помогает вывести «советы» (содержательный ориентир для решения задач, включенных в занятие). Ключевая задача решается под руководством учителя, при этом в ходе ее решения может использоваться как подводящий диалог, так и организация самостоятельных открытий детей на основе РСО. Если в ходе решения ключевой задачи возникает затруднение, используется метод ролей: роли мыслителя переводят внутренние мыслительные действия во внешний план и таким образом помогают учащимся найти путь решения. В завершение дети обобщают свои действия и фиксируют собственные версии «совета» карандашом в учебном пособии (этот шаг важен, так как он пробуждает в учениках желание узнать, как правильно). После озвучивания и согласования версий, дети аккуратно дописывают «совет» ручкой, а затем на основе этого формулируют тему и цель занятия.

ЭТАП 2. «Творческая мастерская» Представлению спектакля на сцене театра предшествует творческая работа труппы актеров под руководством режиссера. На репетициях актеры осваивают новые роли, приемы и техники, совершенствуют свое мастерство перевоплощения, размышляют, фантазируют. В Творческой мастерской школьники распределяются в группы по 4–6 человек (актерские труппы), каждой из которых предлагается свой сценарий — олимпиадная задача из данного раздела, соответствующая уровню подготовки группы (такая возможность предусмотрена в учебных пособиях по данному курсу). В течение 4–5 минут группы пытаются самостоятельно выполнить полученное задание, распределяясь по ролям и опираясь на метод РСО. При этом они могут пользоваться подсказками или обратиться за помощью к учителю. Решение дети фиксируют на черновиках и готовят его представление на сцене «Математического театра».

ЭТАП 3. «Сцена» Каждая группа («актеры») представляет свой мини-спектакль (вариант решения) перед всеми участниками («зрителями»). На сцену может выйти один участник группы («моноспектакль») или несколько (спектакль разыгрывается «по ролям»). Перед тем как представить решение, актер должен дать зрителям некоторое время на знакомство с задачей: пересказать условие, начертить схему или рисунок, чтобы каждый участник «спектакля» качественно сыграл роль фотографа — «погрузился» в условие задачи, сделал его «своим». Задача актера (или актеров) — донести до зрителей суть содержания и решения своей задачи. Возможно, он расскажет, какие вопросы себе ставил. Задача зрителей — просмотреть спектакль, не перебивая актера, вникнуть и понять предлагаемый способ решения. Если несколько групп решали одну и ту же задачу, то после выступления первой группы участники каждой из остальных групп уточняют решение методом дополнения (не представляя его заново, а при необходимости уточняя какой-то элемент: формулировку условия и вопроса, построенную модель, способ решения и проверки, ответ и т. д.). При этом зрители могут задать актерам в

коммуникативной форме вопросы на понимание («Правильно ли я понял(а), что ...?»). Таким образом, учащиеся получают ценный опыт выступлений, презентации. Структура и содержание курса своих идей и их обсуждения в форме коммуникативного взаимодействия. Представленное решение уточняется (либо, если оно не получено, отыскивается) с помощью подводящего диалога. Возможность ответа предоставляется сначала членам группы (или групп), решавших данную задачу, а если потребуется — всем участникам. Разбираются разные варианты решения, и согласованный способ учитель фиксирует на доске, а дети аккуратно записывают ручкой. Так они постепенно создают для себя «умный решебник», который поможет им при подготовке к математическим соревнованиям разного уровня. По окончании спектакля звучат аплодисменты как знак признания (в случае успеха выступления) или поддержки (в случае неудачи). А если спектакль восхитил и впечатлил зрителей, то могут звучать даже возгласы «браво!».

ЭТАП 4. «Антракт» Данный этап является аналогом этапа 6 уроков в ТДМ — первичное закрепление с проговариванием во внешней речи, — который является необходимой ступенью прочного усвоения знаний (П. Я. Гальперин). Учитель просит школьников проговорить вслух в группах приемы решения задач по выбранной теме, которые они открыли и научились применять. После этого он с помощью подводящего диалога проводит рефлексию решения задач, фиксирует достижения учащихся и то, что можно улучшить. Постепенно, по мере взросления детей проведение рефлексии решения переходит к учащимся, выступающим в роли магистра. В завершение учитель подводит итог всех выступлений и создает в классе ситуацию успеха, которую также можно поддержать аплодисментами в поддержку позитивных результатов, полученных на занятии.

ЭТАП 5. «Выход на бис» Все дети получают возможность «выступить на бис» — выбрать себе для тренинга 1–2 тренировочных задания, аналогичных решенным на занятии, а затем проверить себя в разделе «Варианты решений и ответов». Данный этап соответствует этапу 7 уроков в ТДМ — самостоятельная работа с самопроверкой по эталону, — где новое знание переходит у учащихся во внутренний план, что является необходимым этапом процесса его формирования, усвоения (П. Я. Гальперин).

ЭТАП 6. «Зеркало» Это этап рефлексии деятельности на занятии. Учитель побуждает детей провести самоанализ своей работы, отвечая на вопросы: — Какую цель вы сегодня ставили на занятии? Достигли ли вы этой цели? — Что нового вы узнали? Чему научились? — Какие задачи получились? Какие нет? — Какие задачи показались сложными? Какие понравились? — Какие роли помогли вам лучше понять решение задач? — Кто в ходе представления задач был сегодня в роли «автора», «понимающего»? Какая из этих ролей вам больше нравится? — Довольны ли своей работой? Как можно ее улучшить? — Какие личные победы сегодня удалось одержать? Кто хочет о них рассказать? — С каким настроением вы сегодня решали задачи? Нарисуйте свое отражение в зеркале. — Определите свое отношение к задачам с помощью согласованных значков («царская», «легкая», «сложная», «красивая» и т. д.). «За кулисами» Для детей, которые работают быстрее и, решив все задания на занятии, хотят потренироваться дома, предлагаются дополнительные задания, как правило, более высокого уровня сложности.

Итак, при работе в технологии «Математический театр» учащиеся на системной основе осваивают стратегии, методы и приемы решения олимпиадных задач по математике, учатся не бояться трудностей, преодолевать их на основе метода РСО, работать в команде. Вводимые роли переводят внутренние мыслительные действия по решению любых нестандартных задач на уровень знакомых детям жизненных образов, помогают им грамотно работать с текстами, наполняют процесс решения олимпиадных математических задач соревновательностью и позитивными эмоциями.

Технология «Математический театр» может использоваться не только в коллективной, но и в индивидуальной работе с детьми. В этом случае взрослый играет роли режиссера, члена группы по поиску решения задач (актерской труппы) и роль зрителя.

1. Планируемые результаты

Личностные результаты.

- формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, о значимости математики в развитии цивилизации и современного общества;
- формирование и развитие универсальных учебных умений самостоятельно определять, высказывать, исследовать и анализировать, соблюдая самые простые общие для всех людей правила поведения при общении и сотрудничестве (этические нормы общения и сотрудничества).

Метапредметные результаты.

Регулятивные УУД.

- Самостоятельно формулировать цели занятия после предварительного обсуждения.
- Учиться совместно с учителем обнаруживать и формулировать учебную проблему.
- Составлять план решения проблемы (задачи).
- Работая по плану, сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки.
- В диалоге с учителем учиться вырабатывать критерии оценки и определять степень успешности выполнения своей работы и работы всех, исходя из имеющихся критериев.

Познавательные УУД.

- Ориентироваться в своей системе знаний: самостоятельно предполагать, какая информация нужна для решения той или иной задачи.
- Отбирать необходимые для решения задачи источники информации среди предложенных учителем словарей, энциклопедий, справочников, интернет-ресурсов.
- Добывать новые знания: извлекать информацию, представленную в разных формах (текст, таблица, схема, иллюстрация и др.).
- Перерабатывать полученную информацию: сравнивать и группировать факты и явления; определять причины явлений, событий.

- Перерабатывать полученную информацию: делать выводы на основе обобщения знаний.
- Преобразовывать информацию из одной формы в другую: составлять более простой план учебно-научного текста.
- Преобразовывать информацию из одной формы в другую: представлять информацию в виде текста, таблицы, схемы.

Коммуникативные УУД.

- Донести свою позицию до других: оформлять свои мысли в устной и письменной речи с учётом своих учебных и жизненных речевых ситуаций.
- Донести свою позицию до других: высказывать свою точку зрения и пытаться её обосновать, приводя аргументы.
- Слушать других, пытаться принимать другую точку зрения, быть готовым изменить свою точку зрения.
- Читать вслух и про себя тексты научно-популярной литературы и при этом: вести «диалог с автором» (прогнозировать будущее чтение; ставить вопросы к тексту и искать ответы; проверять себя); отделять новое от известного; выделять главное; составлять план.
- Договариваться с людьми: выполняя различные роли в группе, сотрудничать в совместном решении проблемы (задачи).
- Учиться уважительно относиться к позиции другого, учиться договариваться.

Предметные результаты

Подготовительный этап («Задача дня»).

2 классы

К концу обучения во втором классе обучающийся научится:

I. Арифметика

1. суммы

- восстанавливать пропущенные числа и знаки в примерах на сложение, вычитание, умножение и деление;
- использовать при решении нестандартных задач приемы упрощения устного счета при сложении и вычитании чисел в пределах 1000: арифметические законы и прием дополнения числа до круглого;
- использовать свойства сложения и вычитания для решения нестандартных арифметических задач;
- применять прием разбиения чисел на пары;
- использовать числовой луч в качестве инструмента при решении арифметических задач повышенной сложности;
- заполнять «магические» квадраты.

2. Числа и их свойства

- решать и составлять простые арифметические ребусы на сложение и вычитание двузначных чисел, умножение в пределах таблицы умножения;
- использовать известные свойства чисел в задачах на расстановку скобок и знаков арифметических действий (сложение, вычитание, умножение).

3. закономерности

- устанавливать, продолжать закономерности в расположении геометрических фигур;
- восстанавливать пропущенные элементы в последовательностях с геометрическими фигурами и числами;
- устанавливать и продолжать закономерности на сложение и вычитание чисел в пределах 1000;
- выявлять закономерности в таблице умножения.

4. Время и движение

- устанавливать последовательность событий;
- обозначать время совершения действия (вчера, сегодня, завтра, утром, днем, вечером, ночью, весной, сейчас, позже, погода, всегда), устанавливать их соответствие и взаимосвязь для решения логических задач;
- выполнять простые действия с единицами времени (сложение, вычитание);
- организовывать перебор вариантов при решении задач про время.

II. Геометрия

1. Геометрическое мышление

- самостоятельно выявлять и анализировать свойства плоских и объемных фигур;
- использовать знание свойств фигур при решении нестандартных задач;
- выполнять преобразования моделей геометрических фигур по заданной инструкции (форма, размер, цвет).

2. Площади

- использовать прием наложения фигур для определения равенства фигур;
- составлять фигуры из определенного набора частей, разных/одинаковых по форме;
- делить (разрезать) простые фигуры на две и более части;
- проводить предварительный анализ для разрезания фигуры на равные части (подсчет количества клеток в частях, перебор возможных вариантов формы фигуры, состоящих из найденного количества клеток);
- осуществлять разрезание фигур на равные части с дополнительными условиями (например, чтобы каждая часть содержала поровну отмеченных клеток).

3. Геометрические неравенства

- конструировать геометрические фигуры из палочек;
- вычислять периметр фигур и длины ломаных;
- сравнивать длины путей по прямой и ломаной линии;
- использовать поиск равных участков путей для сравнения их длин.

III. Алгебра

1. От чисел к буквам

- составлять буквенные выражения по тексту задач и графическим моделям и, наоборот, составлять текстовые задачи к заданным буквенным выражениям;

- строить схемы, на которых единичный отрезок (часть) используется в качестве переменной.

2. Функциональные зависимости

- составлять числовые и буквенные выражения по рисункам на сложение, вычитание, умножение и деление;

- устанавливать и изменять свойства предметов (цвет, форму, размер);

- анализировать таблицы для определения свойств фигур и предметов;

- использовать таблицу для классификации фигур и предметов;

- определять зависимости между величинами, компонентами арифметических действий и использовать их для решения задач.

3. неравенства и оценки

- решать логические задачи с использованием числового луча на основе сравнения предметов (старше, моложе, самый высокий, самый узкий и т. д.);

- решать нестандартные задачи на разностное и кратное сравнение;

- решать логические задачи на части и целое.

IV. Теория чисел

1. Делимость

- выполнять практические действия по распределению фигур и предметов в группы с равным количеством;

- решать задачи на установление отношения «делится», «не делится»;

- использовать понятие о четных и нечетных числах, свойство чередования четных и нечетных чисел на числовом луче для решения нестандартных задач.

2. Остатки

- выполнять деление с остатком на основе графических моделей и вычислительного алгоритма.

V. Логика

1. Математическая логика

- делать простые выводы и умозаключения, используя слова «верно» и «неверно»;

- обосновывать свои суждения, опираясь на уже известные правила и свойства;

- решать задачи методом последовательного исключения вариантов, фиксировать шаги рассуждения в таблице;

- решать логические задачи-ловушки (задачи на устранение мнимых логических противоречий, внимательность), обосновывать свои решения;

- использовать модели для решения логических задач (числовой луч, таблица, схема).

2. Принципы решения задач

- использовать упорядочивание чисел (расположение по возрастанию/убыванию) при решении нестандартных задач;
- замечать «узкие места» в числовом ряду и использовать для построения конструкций;
- использовать систематический перебор при решении задач.

3. алгоритмы и конструкции

- определять порядок действий, использовать обратные действия при решении задач;
- составлять и использовать простые алгоритмы для определения последовательности действий при решении арифметических и логических задач.

4. Игры и стратегии

- понимать правила простых математических игр;
- действовать по правилам игры, придерживаться составленного плана (стратегии).

VI. Комбинаторика и теория множеств

1. Комбинаторика

- подсчитывать количество вариантов перестановки двух и трех объектов (предметов, фигур, цифр, букв);
- выполнять перестановки с ограничениями;
- использовать идею организованного перебора (группировка вариантов, связь с уже известными задачами);
- использовать возможности для систематического перебора вариантов.

2. Теория множеств

- выделять группы предметов или фигур, обладающих общим свойством, составлять группы предметов по заданному свойству (признаку), выделять части группы;
- соединять группы предметов в одно целое (сложение), удалять части группы предметов (вычитание);
- проводить аналогию сравнения, сложения и вычитания групп предметов со сравнением, сложением и вычитанием величин;
- применять переместительное свойство сложения групп предметов;
- изображать группы с помощью овалов;
- сравнивать группы предметов по количеству;
- задавать группы предметов с помощью перечисления элементов.

VII. Комбинаторная геометрия

1. раскраски и разбиения

- выполнять задания на раскраску по данным условиям;
- применять перебор вариантов при решении задач на раскраску.

2. Теория графов

- изображать граф знакомств;

- вычислять количество связей по схемам рациональным способом.
3. Комбинаторная геометрия
- выполнять задания на поиск фигур заданной формы;
 - добиваться нужного количества геометрических фигур, изменяя положение палочек или увеличивая (уменьшая) их число.
- Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:
- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;
 - выбирать модели к нестандартным задачам на основе известных (числовой луч, таблица, выражение, дерево вариантов);
 - строить логические цепочки рассуждений, обосновывать свой ответ;
 - применять известный теоретический материал для обоснования хода решения;
 - использовать практические интерпретации для решения задач (геометрического содержания, на перебор вариантов, про разбиение объектов на равные группы);
 - сопоставлять ответ (пример) с условием задачи.

Ознакомительный этап («математический театр»). 3–4 классы

3 класс

К концу обучения в третьем классе обучающийся научится:

I. Арифметика

1. суммы

- применять приемы рациональных вычислений: метод приведения к круглому числу, метод группировки (на примере группировки парами «сложи первое с последним»);
- использовать метод группировки в задачах с геометрическим содержанием;
- использовать метод дополнения до целого в клетчатых задачах;
- находить и использовать связи между числовыми и геометрическими задачами для упрощения счета.

2. Числа и их свойства

- применять алгоритмы сложения, вычитания и умножения чисел в столбик при решении числовых ребусов;
- использовать принцип «узких мест» для упрощения перебора в арифметических задачах на примере числовых ребусов;
- решать задачи на восстановление знаков действий, расстановку скобок;
- решать задачи на нахождение чисел с указанными свойствами.

3. закономерности

- анализировать задачи с повторяющимися числами;
- находить циклы в арифметических задачах;
- вычислять длину цикла, количество циклов и остаток, а также применять эти понятия при решении задач;

- определять и использовать порядковый номер элемента цикла в задачах с «большими» числами.

4. Время и движение

- учитывать разницу часовых поясов при решении задач на движение;
- решать задачи про отстающие и спешащие часы.

II. Геометрия

1. Геометрическое мышление

- выполнять повороты клетчатой фигуры на прямой угол;
- различать «зеркальные» фигуры;
- применять симметрию и повороты фигур при решении задач на разрезание.

2. Площади

- находить различные способы разрезания одной фигуры на равные части, основываясь на соображениях симметрии;
- применять метод перебора при решении геометрических задач на примере задач на разрезание и составление фигур из частей;
- изображать полный комплект фигур тетрамино и использовать эти фигуры при решении задач;
- использовать множество делителей числа для вычисления возможного количества частей, на которые можно разрезать фигуру.

3. Геометрические неравенства

- строить конструкции с отрезками и ломаными, используя метод «проб и ошибок»;
- решать задачи, связанные с соотношениями длин отрезков на прямой.

III. Алгебра

1. От чисел к буквам

- применять метод уравнивания для решения текстовых задач;
- строить вспомогательные схемы к нестандартным задачам, связанным с разностным и кратным сравнением величин;
- выбирать удобный единичный отрезок (часть) при построении схем к таким задачам.

2. Функциональные зависимости

- использовать формулы при решении нестандартных текстовых задач: площади прямоугольника, объема и площади поверхности куба, прямоугольного параллелепипеда; решать задачи на раскраску поверхности объемных фигур.

3. Неравенства и оценки

- использовать правила сравнения многозначных чисел при решении задач;
- решать простейшие задачи на нахождение наибольшего или наименьшего многозначного числа с определенными свойствами;

- применять правила сравнения чисел для доказательства минимальности и максимальности найденного числа.

IV. Теория чисел

1. Делимость

- выводить признак делимости на 2 с помощью числового луча и закикливания последней цифры;
- анализировать изменение последней цифры числа при сложении, вычитании, умножении;
- доказывать свойства четности суммы и разности двух чисел и использовать их при решении задач.

2. Остатки

- использовать признак делимости на 10 при решении задач;
- определять остаток от деления числа на 10 по его последней цифре числа;
- использовать правила изменения последней цифры при арифметических операциях (сложение, вычитание, умножение) при решении задач.

V. Логика

1. Математическая логика

- использовать понятия истинного и ложного высказывания при решении логических задач;
- составлять вопросы, позволяющие различить некоторые ситуации по ответам «да» и «нет»;
- определять два необходимых варианта для перебора и выполнять перебор этих вариантов в логических задачах.

2. Принципы решения задач

- использовать геометрические интерпретации при решении логических и арифметических задач;
- представлять условия задачи в виде нестандартного чертежа;
- использовать чертеж для решения задач с эффектом «плюс-минус один».

3. алгоритмы и конструкции

- составлять алгоритм отмеривания определенного количества жидкости с помощью двух или более емкостей и источника жидкости;
- использовать табличную форму записи шагов алгоритма переливаний;
- укрупнять шаги алгоритма при наличии повторяющихся групп действий;

- применять идею анализа «с конца» при решении задач на переливание.

4. Игры и стратегии

- определять победителя в играх-шутках для двух игроков с фиксированным количеством ходов с помощью подсчета общего количества ходов;

- использовать простой анализ выигрышных позиций при выборе хода в математической игре для двух игроков.

VI. Комбинаторика и теория множеств

1. Комбинаторика

- использовать схемы (графы) для удобства подсчета количества связей (дорог, рукопожатий);
- применять метод подсчета двумя способами при подсчете количества связей (количества игр в однокруговом турнире, количества ребер в двудольном графе);
- доказывать невозможность построения графа с определенным количеством связей, основываясь на свойствах четности и делимости чисел.

2. Теория множеств

- строить схемы на основе диаграммы Эйлера — Венна к задачам о множествах с данным количеством элементов;
- вычислять по схемам количество элементов в пересечении и объединении множеств по данным количествам элементов в множествах разными способами.

VII. Комбинаторная геометрия

1. раскраски и разбиения

- конструировать примеры раскрасок досок с определенными свойствами, основываясь на методе «проб и ошибок» и известных шаблонах раскраски (шахматная раскраска, диагональная раскраска в несколько цветов);
- доказывать с помощью принципа «узких мест» невозможность раскраски доски в меньшее (большее) количество цветов, чем найденное;
- использовать метод «проб и ошибок» и принцип «узких мест» при конструировании примеров в задачах на раскраску досок и расстановку фигур в клетках.

2. Теория графов

- использовать схему со связями (граф) для демонстрации односторонних и двусторонних связей между объектами;
- анализировать и использовать свойства графов при решении задач (число вершин, степени вершин);
- находить «одинаковые» (изоморфные) графы и изображать граф, равный (изоморфный) данному без самопересечений ребер.

3. Комбинаторная геометрия

- исследовать взаимное расположение точек и отрезков на плоскости;
- использовать изображение точек и отрезков, лежащих на одной прямой, для решения задач;
- строить простые конструкции с выпуклыми и невыпуклыми фигурами.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;

- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;
- строить модели на основе уже известных (числовой луч, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф);
- находить «узкие места» задачи и использовать их при конструировании примеров;
- использовать метод «проб и ошибок»;
- применять метод перебора в задачах с геометрическим содержанием;
- строить логические рассуждения в устной форме;
- формулировать гипотезы на основе наблюдения и доказывать их;
- преодолевать кажущиеся противоречия, связанные с недостаточным анализом условия задачи;
- проверять ответ (пример) на соответствие всем условиям задачи;
- делать краткую (схематичную) запись решения задачи.

4 класс

К концу обучения в четвертом классе обучающийся научится:

I. Арифметика

1. суммы

- решать задачи о разделении чисел на группы с равной суммой, о расстановке чисел в таблицах с выполнением свойств равенства сумм (магические квадраты);
- использовать свойство изменения суммы на число, на которое увеличилось каждое слагаемое.

2. Числа и их свойства

- искать возможные решения буквенных ребусов, используя метод «проб и ошибок»;
- находить все решения ребуса с помощью метода перебора;
- использовать принцип «узких мест», свойства четности для ограничения количества вариантов для перебора в арифметических задачах на примере буквенных ребусов;
- доказывать отсутствие решений у ребуса с помощью метода перебора, числовых оценок.

3. закономерности

- замечать и преодолевать эффект «плюс-минус один» в арифметических задачах с помощью построения подходящей схемы (чертежа);
- выводить формулу для определения количества натуральных чисел в промежутке, используя числовой луч;
- формулировать гипотезы о числовых закономерностях на основе наблюдения и проверять их непротиворечивость на «малых числах» (метод масштабирования).

4. Время и движение

- решать задачи на относительное движение с неполными данными;

- определять и разбирать возможные случаи для нахождения всех вариантов ответа в задачах на движение;
- использовать недельную и годовую цикличность при решении задач;
- конструировать примеры и доказывать невозможность конструкции в задачах про календарь.

II. Геометрия

1. Геометрическое мышление

- изображать на плоскости пространственные фигуры, составленные из кубиков;
- применять для конструирования примеров и упрощения вычислений изображение по слоям фигуры, составленной из кубиков;
- решать задачи на разрезание пространственных фигур и составление фигур из объемных частей;
- вычислять объем пространственной фигуры, составленной из кубиков.

2. Площади

- строить способы разрезания фигуры на клетчатой бумаге, линии разреза в которых идут не по границам клеток;
- использовать свойство аддитивности площади и метод разбиения на элементарные части (прямоугольники, прямоугольные треугольники) для вычисления площадей фигур;
- проводить анализ возможных форм частей в задачах о разрезании не по линиям сетки.

3. Геометрические неравенства

- решать задачи, сводящиеся к поиску кратчайшего пути между двумя точками на плоскости;
- приближенно вычислять и оценивать с двух сторон длины ломаных и кривых с помощью нити;
- решать с помощью конструирования в пространстве задачи о непрямом измерении расстояний (на примере задачи о нахождении диагонали кирпича).

III. Алгебра

1. От чисел к буквам

- применять прием «учти лишнее» в задачах о подсчетах.

2. Функциональные зависимости

- доказывать формулы перевода единиц измерения площади, объема фигур;
- решать задачи с нестандартными единицами измерения.

3. Неравенства и оценки

- использовать метод перебора при решении текстовых задач;
- применять идеи четности для уменьшения количества вариантов для перебора;
- доказывать оценки величины сверху или снизу.

IV. Теория чисел

1. Делимость

- доказывать свойство четности суммы нескольких чисел с помощью разбиения на пары;
- использовать свойства четности и метод разбиения на пары в доказательствах.

2. Остатки

- применять при решении задач свойство повторяемости на числовом луче чисел, делящихся на n , дающих одинаковые остатки от деления на n ;
- конструировать примеры, связанные с повторяемостью остатков на числовом луче.

V. Логика

1. Математическая логика

- использовать отрицания элементарных высказываний при решении логических задач;
- находить все возможные варианты ответа с помощью перебора по персонажу в задачах о рыцарях и лжецах;
- строить и записывать цепочку рассуждений в логических задачах о рыцарях и лжецах.

2. Принципы решения задач

- формулировать гипотезы и проверять их непротиворечивость на малых случаях;
- разбивать задачу на эквивалентные подзадачи (использовать блоки в задачах на конструирование).

3. алгоритмы и конструкции

- составлять алгоритм переправы;
- использовать табличную форму записи шагов алгоритма переправы;
- анализировать возможные дальнейшие шаги алгоритма для упрощения перебора вариантов.

4. Игры и стратегии

- отыскивать выигрышную стратегию в математических играх для двух игроков и доказывать ее с помощью перебора всех вариантов хода противника;
- изображать варианты ходов с помощью дерева вариантов.

VI. Комбинаторика и теория множеств

1. Комбинаторика

- изображать дерево вариантов для решения комбинаторных задач;
- подсчитывать количество путей в дереве вариантов с помощью правила умножения.

2. Теория множеств

- строить схемы на основе диаграммы Эйлера — Венна к задачам с неизвестным количеством элементов, а также выраженном в виде частей, дробей, процентов от одного и того же числа;

- использовать переменную и буквенные выражения при решении задач о множествах с неизвестным числом элементов.

VII. Комбинаторная геометрия

1. раскраски и разбиения

- доказывать чередование объектов двух типов в ряду, круге;
- использовать свойства чередования объектов (относительное количество чередующихся объектов, зависимость типа объекта от четности его номера в ряду).

2. Теория графов

- находить способ изображения фигуры одним росчерком (эйлерова пути в графе);
- доказывать невозможность изображения фигуры одним росчерком с помощью анализа степеней вершин графа.

3. Комбинаторная геометрия

- строить геометрические конструкции на основе выпуклых и невыпуклых многоугольников с заданным числом сторон;
- решать задачи о числе сторон в пересечении, объединении многоугольников.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;
- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;
- строить модели на основе уже известных (числовой луч, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, дерево вариантов);
- находить «узкие места» задачи и использовать их при конструировании примеров;
- применять метод перебора в арифметических, логических задачах;
- строить логические рассуждения в устной и письменной форме;
- формулировать и решать вспомогательную задачу, которая позволяет построить гипотезу или проверить ее непротиворечивость;
- описывать устно «путь к решению», то есть логическое рассуждение, которое позволило прийти к решению (конструкции, доказательству);
- преодолевать кажущиеся противоречия, связанные с недостаточным анализом условия задачи;
- проверять ответ (пример) на соответствие всем условиям задачи;
- сравнивать алгоритмы по количеству действий, искать алгоритм с меньшим числом действий;
- делать краткую (схематичную) запись решения задачи, логического рассуждения.

Тематическое планирование

2 класс

№ п/п	Тема занятия	Кол-во часов
1.	Цепочки	1
2.	Перестановки	1
3.	Задачи с палочками	1
4.	Быстрый счет	1
5.	Игра-соревнование № 1 (подведение итогов по темам 1–4)	1
6.	Исчезнувшие знаки	1
7.	Кто «лишний»?	1
8.	Порядок	1
9.	Красота математики	1
10.	Игра-соревнование № 2 (подведение итогов по темам 6–9)	1
11.	Алгоритмы	1
12.	Периметр многоугольника	1
13.	Порядок действий	1
14.	Свойства сложения и вычитания	1
15.	Игра-соревнование № 3 (подведение итогов по темам 11–14)	1
16.	Плоские и объемные фигуры	1
17.	Логика перебора	1
18.	Таблицы	1
19.	Секреты числового луча	1
20.	Компоненты умножения и деления.	1
21.	Игра-соревнование № 4 (подведение итогов по темам 17–20)	1
22.	Задачи-ловушки	1
23.	Уравнения	1
24.	Логические задачи	1
25.	Задачи на сравнение: «НА» и «В».	1
26.	Точки и линии на плоскости	1
27.	Игра-соревнование № 5 (подведение итогов по темам 22–26)	1
28.	Числовые закономерности и ребусы	1

29.	Выражения	1
30.	Деление с остатком	1
31.	Величины и их измерение	1
32.	Нарисуй и посчитай	1
33.	Игра-соревнование № 6 (подведение итогов по темам 28–33)	1
34.	Подведение итогов года	1
	Итого	34

3 класс

№ п/п	Тема занятия	Кол-во часов
1.	Умный счет	1
2.	Разрезания фигур	1
3.	Разрезания фигур	1
4.	Круглые задачи	1
5.	Круглые задачи	1
6.	Мастера математики	1
7.	Элементарно!	1
8.	Точки и кусочки	1
9.	Путешествие с числами	1
10.	Смотри!	1
11.	Смотри!	1
12.	Мини-домино	1
13.	Переливания	1
14.	Переливания	1
15.	Маршруты	1
16.	Маршруты	1
17.	Числовые ребусы	1
18.	Биржа задач	1
19.	Уравнивание	1
20.	Уравнивание	1

21.	Четность	1
22.	Кручу-верчу	1
23.	Кручу-верчу	1
24.	Лови момент!	1
25.	Лови момент!	1
26.	Правда или ложь?	1
27.	Игры на досках	1
28.	Последняя цифра	1
29.	Раскраски досок	1
30.	Рукопожатия	1
31.	Числовые лесенки	1
32.	Прямые и ломаные	1
33.	Сделай сам	1
34.	Подведение итогов года	1
	Итого	34

4 класс

№ п/п	Тема занятия	Кол-во часов
1.	Магический квадрат	1
2.	Остров рыцарей и лжецов	1
3.	Переправы	1
4.	Метод перебора	1
5.	Метод перебора	1
6.	Буквенные ребусы	1
7.	Дни недели	1
8.	Эффект «плюс-минус один»	1
9.	Площадь на клетчатой бумаге	1
10.	Площадь на клетчатой бумаге	1
11.	Малые случаи	1
12.	Разрезания по диагоналям клеток	1

13.	Четность суммы чисел	1
14.	Чередование	1
15.	Чередование	1
16.	По прямой — кратчайший путь!	1
17.	Учти лишнее	1
18.	Учти лишнее	1
19.	Шахматная доска	1
20.	Изобрази множество	1
21.	Изобрази множество	1
22.	Остатки на числовом луче	1
23.	Одним росчерком	1
24.	Строй стратегию	1
25.	Задачи на движение	1
26.	Задачи на движение	1
27.	Объемные фигуры	1
28.	Дерево возможностей	1
29.	Дерево возможностей	1
30.	Что в сундуке?	1
31.	Что в сундуке?	1
32.	Разрезания в пространстве	1
33.	Расположение фигур	1
34.	Подведение итогов года	1
	Итого	34